

El aporte del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos

Lucía Nathaly Sánchez Cuastumal¹

Yanet del Socorro Valverde Riascos²

Resumen

El siguiente artículo es el resultado de una investigación cualitativa de tipo investigación acción, donde se planteó la siguiente pregunta: ¿Cuál es el aporte del método heurístico de George Pólya en la resolución de problemas matemáticos con operaciones combinadas? Dar respuesta a este interrogante permitió identificar las categorías de análisis de la resolución de problemas matemáticos con operaciones combinadas, particularmente en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa San Luis Gonzaga del municipio de Túquerres. Se analizó e interpretó las realidades de las acciones humanas de acuerdo con la problemática planteada, sin fragmentarlas, tomándolas enteras, en su totalidad, en su conjunto, lo cual convierte al enfoque, en holístico. Es un enfoque inductivo, pues se construye categorías e interpretaciones a partir del lugar del estudio y no con base en teorías previas.

Según esto, los problemas son la fuente y criterio de verdad de los conocimientos para el niño; en un primer momento fue valiosa la exploración del problema con los estudiantes, buscando reflexionar teóricamente el aporte del método, no solo para la educación, sino para los diferentes ámbitos del conocimiento y el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: Estrategias didácticas; procesos matemáticos; resolución de problemas; rol del estudiante; rol del maestro.

¹Magíster en Pedagogía, Universidad Mariana. Licenciada en Matemáticas, Universidad de Nariño. San Juan de Pasto, Nariño, Colombia. Correo electrónico: n-tha@hotmail.com

²Candidata a Doctora en Educación, Universidad de Baja California, México. Magíster en Pedagogía, Especialista en Pedagogía, Licenciada en Matemática Creativa e Informática, Universidad Mariana. Docente Investigadora Facultad de Educación, Universidad Mariana. San Juan de Pasto, Nariño, Colombia. Asesora del trabajo de investigación. Correo electrónico: yvalverde@umariana.edu.co

Reflexiones a la
Educación desde la
Investigación
Pedagógica



The contribution of the Pólya method in the resolution of mathematical problems

Abstract

The following article is the result of a qualitative research action that proposed the following question: what is the contribution of George Pólya's heuristic method in solving mathematical problems with combined operations? whose answer allowed us to identify the categories of analysis for solving mathematical problems with combined operations, especially among sixth-grade students at San Luis Gonzaga Educational Institution in Túquerres, Nariño. In the study, human actions were analyzed and interpreted according to the problem presented, without any fragmentation, interpreting them in their entirety, as a whole, which makes the approach, holistic. It is an inductive approach, due to the classifications and interpretations are built from the place under study and not based on previous theories.

According to this, the problems are the source and criteria of the truth of knowledge for the child. At first, the exploration with the students was valuable in which it was theoretically considered the method contribution, not only for education but also in the different fields of knowledge and the development of mathematics teaching and learning processes.

Keywords: Didactic strategies; mathematical processes; problem solving; teacher's role; student's role.

A contribuição do método Pólya na resolução de problemas matemáticos

Resumo

O artigo a seguir é resultado de uma pesquisa qualitativa que propôs o seguinte questionamento: qual a contribuição do método heurístico de George Pólya na solução de problemas matemáticos com operações combinadas? Cujas respostas nos permitiu identificar as categorias de análise para a solução de problemas matemáticos com operações combinadas, especialmente entre os alunos da sexta série da Instituição de Ensino San Luis Gonzaga em Túquerres, Nariño. No estudo, as ações humanas foram analisadas e interpretadas de acordo com o problema apresentado, sem qualquer fragmentação, interpretando-as na sua totalidade, como um todo, o que torna a abordagem, holística. É uma abordagem indutiva; as classificações e interpretações são construídas a partir do local em estudo e não com base em teorias anteriores.

Segundo apresentado, os problemas são fonte e critério de verdade do conhecimento para a criança; em um primeiro momento foi valiosa a exploração do problema com os estudantes, onde se buscou refletir teoricamente a contribuição do método, não só para a educação como também nos diferentes âmbitos do conhecimento e do desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: Estratégias didáticas; processos matemáticos; resolução de problemas; papel do professor; papel do aluno.

1. Introducción

La investigación toma valor, ya que se trabaja sobre problemáticas sustantivas, entendiendo que:

Emerge del análisis concreto de un sector de la realidad social o cultural (...) y no a partir de conceptualizaciones previas realizadas desde algunas de las disciplinas ocupadas del estudio de lo humano, abordando así un sector de la realidad humana ‘no documentado’. (Sandoval, 1996, p. 115)

El uso y la aplicación del método heurístico de George Pólya en la resolución de problemas en la Institución Educativa (IE) San Luis Gonzaga del municipio de Túquerres, se realizó para buscar soluciones a las falencias evidenciadas en los estudiantes, al momento de resolver un problema. Esta investigación es novedosa y de actualidad, porque aun cuando ya existen investigaciones sobre la resolución de problemas enfatizadas en hacer que los estudiantes lleguen a la respuesta del problema, se deja de lado el proceso que los llevó a ese resultado. Por lo tanto, este estudio busca promover que el estudiante sea consciente de este proceso y se motive por descubrir, saber hacer uso de conocimientos previos, que busque tanto la generalización como la particularización de los problemas, ya que en aritmética y en matemáticas, no se trata ya de enseñar un concepto, un algoritmo o una estrategia didáctica de resolución como primer paso del aprendizaje (aun estando inmersos en una situación problema), sino más bien, de hacer una inversión: utilizar como instrumentos de resolución, los saberes que poseen los estudiantes y, a partir de su utilización como instrumento, proceder a su ampliación, enriquecimiento y formalización como conocimiento matemático.

Las estrategias heurísticas aportan en los estudiantes un empoderamiento de su proceso formativo, logrando superar las falencias o escasos usos de estrategias matemáticas para la resolución de problemas, convirtiéndolos en seres capaces de desarrollar cualquier actividad curricular de matemáticas, pues la resolución de problemas matemáticos se puede considerar como el principal eje organizador del currículo de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, MEN, 2006). Esto los llevará a que mejoren en las diversas asignaturas, pues como ya se planteó, la resolución de problemas matemáticos permite asumir un rol crítico y curioso frente a cualquier

tema que se trabaje, ya que para las ciencias de la educación, la resolución de problemas es importante desde su enseñanza y aprendizaje, considerándose como meta relevante para la educación de los estudiantes.

De esta manera, la institución se beneficia, en tanto hace uso y aplicación de una estrategia que no se ha trabajado anteriormente y cuya utilidad dará resultados al momento de presentar las diversas pruebas de Estado; además, se hará entrega de una estrategia didáctica que orientará a los docentes al momento de realizar las clases. Lo interesante de la investigación radica en que se presenta prácticas pedagógicas innovadoras que son de gran utilidad para el docente y el estudiante en cuanto a los procesos de enseñanza-aprendizaje. Estas prácticas despiertan la curiosidad, generan interés por resolver problemas, enseñan a pensar de forma lógica, a saber utilizar sus conocimientos previos, como tarea central para el maestro, que se deriva de este enfoque y que permitirá conocer los saberes con que cuentan los estudiantes al iniciar la clase; es decir, permiten poner en marcha sus saberes, con el propósito de que afloren los conocimientos pertinentes.

Lo anterior se convirtió en un motivo más que suficiente para focalizar la investigación en este ámbito. En un primer momento, se analizó los factores pedagógicos asociados a la resolución de problemas con operaciones combinadas; igualmente, se determinó el rendimiento académico de los estudiantes antes, durante y después del uso y, la aplicación de la estrategia didáctica basada en el método Pólya, evaluando así mismo, su efectividad.

2. Desarrollo

Resolución de problemas

El Diccionario de la Real Academia Española (RAE, 2001) presenta los términos: **resolución** y **problema** como términos polisemánticos; es decir, que admiten diversas definiciones, por lo cual, el presente estudio sobre las diferentes acepciones que ofrece este diccionario, considera la **resolución** como la “acción y efecto de resolver y resolverse”. Por otra parte, para plantear la definición de lo que significa un **problema**, a continuación, se presenta un acercamiento de diferentes autores al concepto de este término.

En palabras de Friedman (1995), un problema “consiste en alguna exigencia o requerimiento o pregunta para lo cual se necesita encontrar la respuesta apoyándose en y tomando en cuenta las condiciones señaladas en el problema” (p. 13). Para cumplir con la definición de un problema propone estudiarlo detenidamente y luego, establecer muy minuciosamente tanto los requerimientos como las condiciones sobre las cuales se debe partir para responder al problema.

Vila (como se citó en Gómez, 2010) considera que un problema es:

Una situación que plantea una cuestión matemática, cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al sujeto que intenta responderla, porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y las incógnitas o los datos y las conclusiones y debe, por tanto, buscar, investigar, relacionar, implicar sus afectos, etc., para hacer frente a una situación nueva. (p. 15)

Es vital considerar que un problema no es accesible de manera inmediata; para no caer en el error de considerar a un ejercicio como problema, Gómez (2010) presenta las definiciones dadas por Vila sobre la diferencia entre estos dos términos, quien considera un ejercicio, como una tarea que demuestra de forma inmediata en qué consiste la cuestión y el modo de resolverla; y un problema, algo que no se sabe a primera vista como atacarlo y resolverlo y que, en ocasiones, no se evidencia claramente en qué consiste.

Rosa (como se citó en Mamani y Villalta, 2017) presenta la comparación entre problema matemático y ejercicios de aplicación (ver Tabla 1).

Tabla 1

Problemas matemáticos vs. ejercicios de aplicación

| Problema matemático | Ejercicios de aplicación |
|--|---|
| El individuo se ve expuesto ante una dificultad para la que no tiene un remedio inmediato. | Puede resolverse con la aplicación directa de un procedimiento previamente adquirido. |
| El individuo se implica en su solución. | La aplicación rutinaria de algoritmos no despierta el interés del individuo. |
| Requiere utilizar de modo estratégico los procedimientos previamente conocidos. | Requiere la mera aplicación de técnicas automatizadas que son necesarias y suficientes. |
| Plantea al individuo una demanda cognitiva de alto nivel. | Plantea al individuo una demanda cognitiva de bajo nivel. |
| La información relevante es una pieza clave en la resolución de problemas. | El individuo no precisa discernir la información relevante de lo irrelevante, porque toda la información es necesaria para la solución. |

Fuente: Mamani y Villalta (2017).

Berenguer (citado por Villalobos, 2008) considera que un problema matemático es:

Una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos, agrupados en dos componentes: con condiciones y exigencias relativas a esos elementos; y, que motiva en el resolutor, la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes. (p. 39)

El presente estudio adopta la postura de Gómez (2010) y considera a un problema matemático, como una situación que plantea una cuestión matemática cuyo enunciado es significativo para el

estudiante a quien le ha sido planteado, lo cual supone la puesta en práctica de su voluntad al momento de intentar resolverlo, después de haberlo conocido o estudiado. Además, el método de solución no ha de saltar a la vista del estudiante.

La presente investigación centra su interés en la resolución de problemas matemáticos y la enseñanza de la matemática a través de estos, comprendiendo la resolución de problemas, en palabras de Pólya (citado por Villalobos, 2008), como “la búsqueda consciente, con alguna acción apropiada, para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar” (p. 38). En palabras de Pólya, es hacer un descubrimiento donde se pone a prueba la curiosidad, que induce a poner en juego las facultades inventivas; si lo resuelve por sus propios medios, experimenta la tensión y el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo.

A continuación, se presenta algunas estrategias didácticas que permiten o brindan al estudiante y al docente, un método para resolver problemas que tienen por objetivo inicial, captar la atención de los estudiantes y, posteriormente, permitirles desarrollar una actividad reflexiva en la resolución de un determinado problema.

Estrategias didácticas para la resolución de problemas

En el mundo actual, el docente debe asumir el papel de facilitador del conocimiento, promoviendo en el estudiante la construcción de su aprendizaje, convirtiéndose así en el punto clave del proceso de enseñanza-aprendizaje; por ende, su misión es captar la atención del estudiante y permitirle desarrollar una acción reflexiva en la resolución de un determinado problema; esto requiere que reflexione sobre cómo debe desarrollar sus clases, a partir de una manera llamativa, creativa, independiente y, sobre todo, responsable en cuanto a las situaciones de la vida, para lograr así un verdadero aprendizaje en sus estudiantes (Ruiz, 2017).

Por lo general, los problemas de matemáticas no pueden ser desarrollados a simple vista, hecho que permite el avance del pensamiento crítico en el estudiante. De acuerdo con los psicólogos, el proceso de resolución de problemas es un

intento de encontrar la relación que existe entre una situación problémica con otra, llevando a los estudiantes a una comprensión estructural (Mamani y Villalta, 2017).

Para llegar a resolver un problema matemático, es necesario utilizar estrategias didácticas que permitan buscar, ejecutar y solucionar el problema. Dentro de la diversidad de ellas, la presente investigación centra la atención en la estrategia heurística de George Pólya, que se describe a continuación:

Método heurístico de George Pólya

George Pólya nació el 13 de diciembre de 1887 en Budapest, Hungría y murió el 7 de septiembre de 1985 en Palo Alto, California, Estados Unidos. Su teoría está basada en el estudio del método heurístico en la resolución de problemas matemáticos.

Pólya (citado por Ruiz, 2017) hizo la inclusión del término ‘heurística’, para detallar la facultad y la aptitud de hallar la solución de problemas. Dicho en otras palabras, la heurística alude a las estrategias generales que dan o indican las posibles vías a seguir para alcanzar la solución de los problemas matemáticos.

Atocha (como se citó en Ruiz, 2017) menciona que el vocablo ‘heurístico’ se puede utilizar como sustantivo y adjetivo. Cuando se toma como sustantivo, se entiende como la ciencia del descubrimiento y, si se considera como adjetivo, se adopta como estrategia heurística, reglas heurísticas, silogismos o conclusiones heurísticas. Así, las estrategias heurísticas son consideradas como “los procedimientos principales para buscar los medios matemáticos concretos que se necesita para resolver un problema en sentido amplio y buscar la idea fundamental de solución” (Balderas, 1999, p. 18).

Pólya (citado por Aguilar, 2014) considera el hecho de resolver problemas, como un proceso metódico y procedimental, donde el alumno hace uso de su razonamiento para la búsqueda de una solución a la situación problema. En esta búsqueda de la solución, el estudiante debe elaborar un plan de acción para encontrarla; y es así como, según Pólya, se debería enseñar a resolver problemas. El método de Pólya es una teoría heurística que le enseña a pensar al

estudiante; está conformada por cuatro pasos y preguntas que le orientan en la búsqueda y la exploración de las alternativas de solución que puede darse en un problema. Se considera como un plan eficaz para atacar el problema (Concepción, 2014): “La finalidad del método es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento, de forma sistemática, eliminando obstáculos y llegando a establecer hábitos mentales eficaces; lo que Pólya denominó pensamiento productivo” (p. 32).

A continuación, se describe las etapas de la aplicación del Método de George Pólya (Echenique, como se citó en Concepción, 2014):

Comprender el problema

Pólya (citado en Aguilar, 2014) se refiere a este paso, como familiarización o comprensión tanto del texto como de la situación que presenta el problema. Se inicia con el análisis del enunciado, lo cual permitirá comprenderlo en su totalidad, identificando los datos que arroja el problema y lo que debe hacerse con dichos datos. Para actuar de manera adecuada, el estudiante debe responder de manera clara y segura las siguientes preguntas:

- ¿Entiende lo que dice el problema?
- ¿Puede replantear el problema en sus propias palabras?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Qué datos se pide en el problema que encuentre?
- ¿Qué datos son relevantes y cuáles son irrelevantes?
- ¿Por dónde debe iniciar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Ya ha resuelto algún problema similar?

Diseñar un plan

Concepción (2014) considera que ésta es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas; consiste en que, al momento de comprender la situación planteada y teniendo clara la meta a la que se quiere llegar, se elabora un plan buscando llegar a ella. En seguida, se presenta algunas preguntas que puede formular el estudiante por sí solo y, posteriormente el docente, para conocer la elaboración del plan:

- ¿Para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado del problema?
- ¿Qué puede calcularse con los datos?

- ¿Qué operaciones se debe utilizar?
- ¿En qué orden se debe proceder?

Dada una respuesta clara a cada uno de estos interrogantes, se debe conocer qué estrategia se va a utilizar. Entre ellas, está el recordar otros problemas similares ya resueltos y considerarlos como punto de partida, realizando comparaciones, conclusiones y, finalmente, generalizaciones. Entre otras, se considera el ensayo y error (conjetura y probar la conjetura), identificar submetas, usar propiedades de los números, etc. Cabe aclarar que, en este paso, el estudiante puede cometer muchos errores y es el docente el encargado de guiarlo. Posteriormente, se puede realizar al estudiante las siguientes preguntas:

- ¿Ha empleado todos los datos?
- ¿Ha hecho uso de todas las condiciones?

Ejecutar el plan

Consiste en la puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la planificación. En este punto es esencial examinar la exactitud de cada paso y, si llegara a faltar la aplicación de algún punto, se caería en un error. Por lo tanto, el docente debe recalcar la veracidad de cada paso, preguntando cada acción, para tener la certeza de que se está procediendo de forma adecuada, examinando los detalles, uno tras otro, con mucha paciencia, hasta el punto en el que todo esté perfectamente claro. Pólya (como se citó en Aguilar, 2014) considera que en el desarrollo de este proceso es necesario tener en cuenta o dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿para qué hacemos esto? Sin embargo, si el camino que se ha considerado para llegar a la meta no lleva a ninguna salida, hay que dejarlo para iniciar otro. En el desarrollo de esta etapa se considera los siguientes aspectos:

- La implementación de la o las estrategias.
- Tiempo adecuado para la solución del problema.
- Si el estudiante comete un error, el docente debe enseñarle que esto no es un fracaso, sino una prueba más para llegar al éxito.

Mirar hacia atrás

Pólya (como se citó en Aguilar, 2014) afirma que nunca se puede considerar que se ha terminado por completo un problema, dado que siempre

queda algo pendiente y se puede mejorar la solución o, la comprensión del mismo. Dicho esto, se debe realizar una revisión del proceso, analizando si es correcta o no la forma como se ha buscado llegar a la meta y, reflexionando si se podría llegar de otro modo. Algunos interrogantes que se puede plantear al estudiante son:

- ¿Es correcta su solución?
- ¿Su respuesta cumple con lo que pedía el problema?
- ¿Existirá un procedimiento más sencillo para resolver el problema?
- ¿Ha pensado en una solución más sencilla?

Se propone este método, con el fin de vincular a los estudiantes con los procesos de retroalimentación y, para fortalecer el desarrollo apropiado en cada paso al momento de resolver un problema, convirtiéndose en ayudas que les permiten ser más hábiles, más comprensivos, más lógicos y, además, que trabajen de una forma coherente, ordenada y correcta.

Esto evidencia que la investigación busca que el estudiante tenga una actitud autónoma en el desarrollo de la guía de trabajo, aprendiendo a aprender; sin embargo, es importante que esté acompañado en su proceso de aprendizaje; por ende, se utiliza diversas estrategias didácticas que promuevan ambientes de aprendizaje significativo, como las que se menciona a continuación:

Instrucción directa. Su objetivo es proporcionar a los estudiantes, pautas claras sobre cómo hacer un uso correcto de un modelo de resolución de problemas. En la presente investigación se desea que estos usen correctamente el método heurístico de George Pólya. Esta instrucción directa cuenta con las siguientes características, las cuales fueron adaptadas de las mencionadas por Winograd y Hare (como se citó en Universidad Central y Unasur, 2013):

1. Descripción de las características suficientes para que se describa un procedimiento correcto.
2. Exposición de los pasos a seguir para utilizar la estrategia heurística de George Pólya.
3. Análisis de las situaciones donde puede ser útil la estrategia a utilizar.

Práctica guiada. En esta parte se busca que los estudiantes practiquen el uso de procedimientos para resolver problemas, donde el nivel de complejidad de los problemas planteados se va incrementando, obligándoles a hacer uso de diversas estrategias en diversos contextos (Universidad Central y Unasur, 2013).

Aprendizaje cooperativo. Esta estrategia se desarrollará con el fin de favorecer la discusión entre los estudiantes y el docente, permitiendo que la reflexión sea un punto clave al momento de resolver cada una de las cuatro fases de la estrategia heurística de George Pólya.

Evaluación de los aprendizajes

La evaluación es un aspecto que ha estado presente siempre en el mundo educativo, sea como una excusa, como un problema o, como una esperanza (Valverde y Valverde, 2017). Inicialmente, surge la necesidad de aclarar que la evaluación no es un proceso que solo se lleva a cabo dentro del salón de clase, dirigida por el docente hacia el estudiante, relacionada con teorías o conceptos aprendidos (Fajardo, 2016), por cuanto esta forma de lo que se cree es una evaluación, hace caer en el error de que sea de tipo objetiva, la cual tiene una valoración cuantitativa y no cualitativa, buscando, a través de exámenes escritos, medir el conocimiento de los estudiantes, lo cual deja de lado las habilidades alcanzadas.

La evaluación debe tener un proceso continuo y permanente, que permita al docente evidenciar el proceso que se está desarrollando, así como el interés y aprovechamiento que le da el estudiante.

Valverde y Valverde (2017) presentan la evaluación educativa desde diversos ámbitos (ver Tabla 2).

Tabla 2*Tipos de evaluación*

| Tipo de evaluación | Descripción |
|---|---|
| Evaluación del aprendizaje o, referida a la norma o, centrada en la enseñanza | “Tiende a mostrar el nivel general del funcionamiento, más que el dominio de habilidades o destrezas” (Valverde y Valverde, 2017, p. 30). Su objetivo es comparar a los estudiantes realizando la diferenciación entre los rendimientos de los mismos, valorando a cada uno en función del grupo con el cual está trabajando. |
| Evaluación para el aprendizaje | Es constructivista, favoreciendo una conciencia reflexiva en la cual el educando y el educador son generadores de procesos de autoevaluación y autorregulación, permitiendo al primero, reflexionar sobre la importancia de su proceso formativo. |
| Evaluación del desarrollo de las competencias | Se centra en el desempeño real del estudiante, para lo cual se toma evidencias claras, auténticas y confiables con base en el referente o, a los criterios de evaluación. Las evidencias de este tipo de evaluación pueden ser: previas, formativas, de desempeño y de conocimiento. |
| Evaluación alternativa | Esta evaluación pone un especial énfasis en el uso de estrategias y métodos que facilitan la observación directa del trabajo académico que realizan los estudiantes en forma presencial e independiente. |
| Evaluación como aprendizaje | Su finalidad es demostrar que la evaluación no solo es un proceso técnico, sino moral, pues permite favorecer o perjudicar, ya sea a las instituciones o los educandos. |

Fuente: Valverde y Valverde (2017).

De los anteriores tipos de evaluación, la presente investigación toma la evaluación alternativa para realizar el análisis sobre el efecto de la estrategia heurística de George Pólya en los estudiantes de grado sexto. A continuación, se describe este tipo de evaluación de forma más amplia, teniendo en cuenta las consideraciones de Valverde y Valverde (2017).

Evaluación alternativa. Este tipo de evaluación surge en contraposición a los enfoques tradicionales de evaluación, los cuales privilegian instrumentos que permiten realizar mediciones de conocimiento, dejando de lado lo que el estudiante ha aprendido. La evaluación alternativa, también considerada legítima o de ejecución, pretende “recopilar evidencias acerca de cómo los estudiantes procesan y completan tareas reales en un tema particular” (Valverde y Valverde, 2017, p. 37); lo cual hace que este tipo de evaluación sea auténtica y, en esa autenticidad, se debe ser coherente con el momento en que se encuentra en el proceso de aprendizaje (Ahumada, citado por Valverde y Valverde, 2017); por ende, la evaluación se centra en tres momentos:

Inicial (ex ante). Este tipo de evaluación se centra en el momento inicial; tiene un carácter diagnóstico; busca identificar los conocimientos previos y, su misión es identificar las necesidades, la selección de unidades de aprendizaje y los contenidos temáticos o problemas a resolver, que se espera que los estudiantes aprendan. Las decisiones de esta parte inicial de la evaluación están basadas en el planteamiento e implementación de estrategias (Valverde y Valverde, 2017). En esta investigación se asume este momento, como la subcategoría de la categoría ‘Resolución de problemas’, dividiéndola en dos momentos: el primero, centrado en conocer los conocimientos previos que los estudiantes ponen en juego al momento de resolver un problema; y el segundo, alude a esos buenos o malos procedimientos realizados por estos.

Concurrente. Apunta al momento procesual; su función general es identificar los conocimientos adquiridos realizando acompañamiento, seguimiento, autorregulación y modificación, con fines de mejora. La evaluación busca en

esta parte, “reunir información oportuna y apropiada para tomar decisiones en relación al mejoramiento de los logros de los estudiantes” (Valverde y Valverde, 2017, p. 38). Así pues, estos están siempre siendo evaluados por parte del docente, quien, a su vez, toma las decisiones que, a su modo de ver, son las apropiadas para el mejoramiento de sus logros; además, debe informar a los estudiantes desde el inicio, cuál será su proceso de aprendizaje, cuáles son sus debilidades o dificultades en el proceso, con el fin de que ellos sean conscientes sobre qué decisiones deben tomar y qué valoraciones desean alcanzar, para poder regular sus procesos. En esta etapa se admite errores, se identifica y corrige (Valverde y Valverde, 2017).

Momento final (ex post). Este momento es en el cual se puede evidenciar los aprendizajes que se adquiere con la estrategia utilizada, pues:

Tiene un carácter sumativo o de revisar el resultado de los aprendizajes, identificar las conexiones o brechas entre los conocimientos previos y nuevos; su función general es calificar y su función específica es sumativa, calificadora y acreditadora y el tipo de decisión es promoción, reciclaje y asignación de valores o calificaciones. (Valverde y Valverde, 2017, p. 39)

El principal objetivo de la evaluación es ayudar a comprender mejor la evolución de las capacidades y las actitudes que los estudiantes han desarrollado al resolver problemas de operaciones combinadas, para lo cual se tiene en cuenta todas las técnicas e instrumentos utilizados en la investigación.

3. Conclusiones

El aporte del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos ha llevado a los estudiantes a comprender la importancia de la verificación, pues empezaron a monitorear sus procesos y, con ello, a evaluarlos. Dicha evaluación debe consistir en evaluar tanto los procedimientos aritméticos como el uso adecuado de métodos o estrategias utilizados para la resolución de un problema (MEN, 1998).

Los problemas surgen debido al aprendizaje poco significativo que han tenido los estudiantes, lo cual puede presentarse por varios factores,

como la enseñanza tradicional, en la cual, según Calvo (2008), el profesor de matemáticas solo utiliza ejercicios y no considera los problemas en el desarrollo de sus clases.

La ausencia de estrategias didácticas para la resolución de problemas se convierte en otro aspecto fundamental, cuando el estudiante se enfrenta a la resolución de problemas, pues su desconocimiento le impide actuar ante los mismos.

El papel del docente será, en buena medida, el de ayudar a los estudiantes a traducir las estrategias didácticas y conceptualizaciones al lenguaje matemático formal, partiendo del saber previo, una vez descontextualizado, reflexionado y enriquecido, para que se convierta en un objeto de conocimiento que toma lugar en el edificio del saber organizado.

Enseñar aritmética es, fundamentalmente, poner en situación de resolver problemas; es ampliar las concepciones de los niños; es, también, enriquecer y formalizar los saberes que construyen.

La evaluación tiene un objetivo fundamental: retroalimentar el proceso de enseñanza y aprendizaje; esto significa que los datos que se obtiene de la evaluación, son insumos valiosos para quienes intervienen en dichos procesos (docentes-estudiantes) en forma directa, para la mejora continua de las debilidades que se presentan en el proceso y, de esta manera, incidir directamente en la mejora de la calidad y, como consecuencia, en el rendimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por consiguiente, el docente necesita escuchar más a los estudiantes ¡Dejarlos que cuenten lo que piensan, lo que intuyen, lo que sienten!

Referencias

- Aguilar, B. (2014). *Resolución de problemas matemáticos con el Método de Pólya mediante el uso de Geógebra en primer grado de secundaria* [Tesis de Maestría, Tecnológico de Monterrey, Ibagué, Colombia]. <https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/626537/Bellanith%20Aguilar%20V%c3%a1squez.pdf?sequence=7&isAllowed=y>
- Balderas, F. (1999). *La aplicación de procedimientos heurísticos y situaciones problémicas en la resolución de problemas de matemáticas I* [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de la Garza]. <http://eprints.uanl.mx/661/1/1020125499.PDF>
- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Educación*, 32(1), 123-138.
- Concepción, J. (2014). *Aplicación del método de George Pólya para mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa 'Víctor Berríos Contreras' - Cullanmayo - Cutervo - 2014* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Cajamarca, Perú]. <https://es.scribd.com/doc/310814167/Tesis-Pólya-y-la-resolucion-de-problemas-pdf>.
- Fajardo, L. (2016). *El proyecto de lectoescritura en el Liceo de la Universidad de Nariño: una mirada didáctica, retrospectiva y prospectiva* [Tesis de Maestría, Universidad de Nariño, Colombia]. <http://biblioteca.udenar.edu.co:8085/bibliotecavirtual/viewer.aspx?&var=91986>
- Friedman, L. (1995). *Metodología para resolver problemas de matemáticas*. Editorial Iberoamérica.
- Gómez, A. (2010). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos de ordenación y combinación con estudiantes de educación superior: Un enfoque basado en la resolución de problemas* [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona, España]. <https://www.educacion.gob.es/teseo/imprimirFicheroTesis.do?idFichero=LYcyteLZX58%3D>
- Mamani, F. y Villalta, B.M. (2017). *Aplicación del método heurístico de Pólya en la resolución de problemas con las cuatro operaciones básicas en los estudiantes de sexto grado de primaria de la Institución Educativa Particular Latinoamericano del Distrito de Paucarpata - Arequipa, 2016* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú]. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/4269>.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Serie Lineamientos Curriculares - Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Real Academia Española (RAE). (2001). *Diccionario de la lengua española* (22.ª ed.). <https://dle.rae.es/>
- Ruiz, F. (2017). *Las estrategias heurísticas y la resolución de problemas de los estudiantes del tercer año de secundaria de la I.E. N° 6094 'Santa Rosa', Chorrillos; Lima, 2016* [Tesis de Maestría, Escuela de Posgrado Universidad César Vallejo, Perú]. http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/5622/Ruiz_OF.PDF?sequence=1&isAllowed=y

Sandoval, C. (1996). La formulación y el diseño de los procesos de investigación social cualitativos. En C. Sandoval (Ed.), *Investigación cualitativa* (pp. 111-128). Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior.

Universidad Central y Unasur. (2013). *Investigación-acción: Resolución de problemas matemáticos por parte de estudiantes de enseñanza básica de escuelas municipalizadas utilizando diversas estrategias de aprendizaje* (Documento de trabajo). https://dds.cepal.org/redesoc/archivos_recursos/3069/Investigacion-accion-Resolucion-de-problemas.pdf

Valverde, Y. y Valverde, O. (2017). *Conocimiento práctico de la evaluación. Sentido del profesorado y Evaluación para el aprendizaje y el desarrollo de las Competencias*. Editorial UNIMAR.

Villalobos, X. (2008). Resolución de problemas matemáticos: un cambio epistemológico con resultados metodológicos. *REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6(3), 36-58. <http://www.redalyc.org/pdf/551/55160303.pdf>

